

2024年度入学試験問題
情報科学部公募推薦入学試験
数 学 (90分)

〈注意事項〉

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答および解答に至る途中の計算はすべて解答用紙に記入しなさい。

[I]

$\square{\text{ア}}$ ~ $\square{\text{エ}}$ に入る適切な言葉を以下の 1 ~ 4 の選択肢から選び、選んだ理由も解答せよ。ただし、同じ選択肢を複数回選んでもよい。 x は実数とする。

1. 必要条件であるが十分条件ではない
2. 十分条件であるが必要条件ではない
3. 必要十分条件である
4. 必要条件でも十分条件でもない

(1) $|x+1| \leq |x-1|$ であることは、 $x = -1$ であることの $\square{\text{ア}}$ 。

(2) $|x-3| \geq 5x+1$ であることは、 $x \leq \frac{1}{3}$ であることの $\square{\text{イ}}$ 。

(3) $x \geq 4$ であることは、 $\sqrt{3}+x$ の整数部分が 5 以上であることの $\square{\text{ウ}}$ 。

(4) $x^3 - 4x^2 + (a^2 - a)x + a + b$ を $x^2 - 5x + 1$ で割った余りが $6x + 1$ であることは、 $a = 2$ かつ $b = 0$ であることの $\square{\text{エ}}$ 。

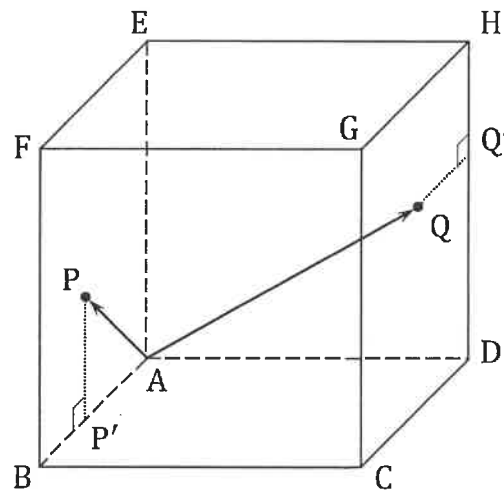
[II]

H,O,S,E,I,D,A,I の 8 文字を、それぞれ 1 文字ずつ書き出した 8 枚のカードがある。

- (1) この束からカードを 1 枚ずつランダムに取り出し、取り出したカードは束に戻さないことを 8 回繰り返し、取り出したカードに書かれた文字を取り出した順に並べたとき、それが「HOSEIDAI」となる確率を既約分数で記せ。
- (2) この束からカードを 1 枚ずつランダムに取り出し、カードに書かれた文字が母音 (A,I,E,O) であれば束に戻し、子音 (D,H,S) であれば束に戻さないことを 8 回繰り返し、取り出したときにカードに書かれていた文字を取り出した順に並べたとき「HOSEIDAI」となる確率を既約分数で記せ。
- (3) この束からカードを 1 枚ランダムに取り出したところ、D と書かれていた。束に残る 7 文字を組み合わせて作成できるすべての文字列を辞書式に並べた時、「HOSEIAI」は何番目になるか求めなさい。ただし、同じ文字列になる組み合わせは、1 個として数える、すなわち、重複して数えないものとする。

[III]

図のような立方体 ABCD-EFGH において、面 ABFE 内に点 P をとり、面 CDHG 内に点 Q をとる。立方体の 1 辺の長さは L であるとする。



- (1) 内積 $\vec{BF} \cdot \vec{DH}$ を、L を用いて表せ。
- (2) 点 P を通り辺 AB と垂直に交わる直線の辺 AB との交点を P'、点 Q を通り辺 DH と垂直に交わる直線の辺 DH との交点を Q' とする。内積 $\vec{AP} \cdot \vec{AQ}$ を、 $|\vec{AP}'|$, $|\vec{P}'\vec{P}|$, $|\vec{DQ}'|$, $|\vec{Q}'\vec{Q}|$ を用いて表せ。
- (3) 内積 $\vec{AP} \cdot \vec{AQ}$ の最大値を、L を用いて表せ。

[IV]

次の不定積分を求めよ。

(1)
$$\int \frac{x^3 - 2x^2 + 4x - 3}{x^3} dx$$

次の定積分を求めよ。

(2)
$$\int_1^2 x\sqrt{x-1} dx$$

(3)
$$\int_0^\pi x^2 \sin x dx$$

(4)
$$\int_{-3}^2 |e^x - 1| dx$$

[V]

以下の2つの問いに答えよ。ただし、下記の3つの命題は真であることを証明せずに真であるものとして用いてもよい。

- 奇数と奇数の和は偶数である。
- 偶数と偶数の和は偶数である。
- 奇数と奇数の積は奇数である。

(1) 整数 a, b, c, d, z が $a + b + c + d = z$ を満たすとする。このとき、整数 a, b, c, d, z のうち少なくともひとつは偶数であることを証明せよ。

(2) 整数 a, b, c, d, z が $a + b^2 + c^3 + d^4 = z^5$ を満たすとする。このとき、整数 a, b, c, d, z のうち少なくともひとつは偶数であることを証明せよ。